

# MATEMATYKA

## ZBIÓR ZADAŃ typu PRAWDA - FAŁSZ

Tomasz Grębski

PRAWDA

FAŁSZ



POZIOM PODSTAWOWY

Wydawca

---



[www.tomaszgrebski.pl](http://www.tomaszgrebski.pl)

---



**STREFAeBOOK.PL**

[www.strefaebook.pl](http://www.strefaebook.pl)

---

2024

## Spis treści

Wstęp .....	3
<b>TREŚCI ZADAŃ .....</b>	<b>4</b>
1. Liczby rzeczywiste.....	4
2. Wyrażenia algebraiczne.....	12
3. Funkcja liniowa.....	14
4. Funkcja kwadratowa .....	17
5. Wielomian .....	20
6. Własności funkcji.....	24
7. Równania i nierówności .....	27
8. Ciągi liczbowe .....	32
9. Trygonometria.....	37
10. Planimetria .....	42
11. Geometria analityczna.....	47
12. Stereometria.....	52
13. Kombinatoryka .....	59
14. Rachunek Prawdopodobieństwa.....	62
15. Statystyka .....	65
<b>ODPOWIEDZI I ROZWIĄZANIA ZADAŃ .....</b>	<b>66</b>
1. Liczby rzeczywiste.....	66
2. Wyrażenia algebraiczne.....	93
3. Funkcja liniowa.....	100
5. Funkcja kwadratowa .....	108
6. Wielomiany.....	118
7. Własności funkcji.....	129
8. Równania i nierówności .....	136
9. Ciągi liczbowe .....	156
10. Trygonometria.....	172
11. Planimetria .....	186
12. Geometria analityczna.....	200
13. Stereometria.....	218
14. Kombinatoryka .....	244
15. Rachunek Prawdopodobieństwa.....	254
16. Statystyka .....	264

## Wstęp

W dobie ciągłego rozwoju nauk ścisłych, matematyka stanowi nie tylko fundament wielu dyscyplin, ale także klucz do zrozumienia otaczającego nas świata. Umiejętność logicznego myślenia, analizy i wyciągania wniosków z przedstawionych informacji jest niezbędna w codziennym życiu, jak i w dalszej edukacji czy pracy zawodowej. Z tego powodu edukacja matematyczna odgrywa kluczową rolę w kształceniu młodych umysłów.

Ten zbiór zadań został opracowany z myślą o uczniach przygotowujących się do egzaminu maturalnego z matematyki. Zadania typu prawda/fałsz stanowią doskonałe narzędzie do trenowania szybkiego rozpoznawania prawidłowych i błędnych stwierdzeń, co bezpośrednio przekłada się na umiejętność szybkiego analizowania oraz oceniania prawdziwości różnorodnych informacji matematycznych. Zbiór zawiera zadania autorskie jak również zadania CKE z matur. W sumie do rozwiązania jest aż 223 zadań.

Praca z zadaniami typu prawda/fałsz wymaga nie tylko znajomości teorii i umiejętności rozwiązywania zadań, ale także zdolności krytycznego myślenia i precyzji w czytaniu treści zadania. To wszystko sprawia, że są one nieocenionym narzędziem w procesie edukacyjnym, pomagającym rozwijać umiejętności niezbędne nie tylko na egzaminie maturalnym, ale również w życiu codziennym i zawodowym.

Mam nadzieję, że praca z tym zbiorem zadań okaże się dla Ciebie wartościowa i przyczyni się do Twojego sukcesu na egzaminie maturalnym oraz w dalszej nauce i karierze zawodowej. Pamiętaj, że każde zadanie, nawet to najprostsze, jest okazją do rozwoju i doskonalenia Twoich umiejętności matematycznych.

Powodzenia!

*Tomasz Grębski*

[www.tomaszgrebski.pl](http://www.tomaszgrebski.pl)



## TREŚCI ZADAŃ

### 1. Liczby rzeczywiste

**1.1.** Rozważmy wyrażenie, w którym należy usunąć niewymierność z mianownika:  $\frac{3}{\sqrt{5}-2}$ .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dotyczących tego zadania:

Po usunięciu niewymierności, licznik wyrażenia będzie równy $3\sqrt{5} + 6$ .	P	F
Mianownik nowego wyrażenia będzie równy 3.	P	F

**1.2.** Rozważmy wyrażenie, w którym należy usunąć niewymierność z mianownika:  $\frac{4}{2-\sqrt{3}}$ .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dotyczących tego zadania:

Po usunięciu niewymierności, licznik wyrażenia będzie równy $8 + 4\sqrt{3}$ .	P	F
Mianownik nowego wyrażenia będzie równy 1.	P	F

**1.3.** Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dotyczących własności pierwiastków i potęg:

$\sqrt{9} \cdot \sqrt{16} = \sqrt{144}$	P	F
$2^3 \cdot 2^4 = 2^{12}$	P	F

**1.4.** Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dotyczących własności pierwiastków, potęg oraz logarytmów:

$\sqrt[3]{27} + \sqrt[4]{16} = 5$	P	F
$10^{\log_{10}(100)} = 100$	P	F
$\log_2(32) - \log_2(2) = 4$	P	F

## 8. Ciągi liczbowe

### 8.1. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń.

Jeśli trzy liczby $a, b, c$ tworzą ciąg arytmetyczny, to $2b = a + c$ .	P	F
Dla ciągu arytmetycznego o różnicy $d$ i pierwszym wyrazie $a_1$ , dziesiąty wyraz ciągu jest równy $a_1 + 9r$ .	P	F

### 8.2. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń

Suma pierwszych pięciu wyrazów ciągu arytmetycznego jest równa $5a_1 + 10r$ .	P	F
Różnica ciągu arytmetycznego, w którym trzeci wyraz wynosi 15, a ósmy wyraz wynosi 40, jest równa 5.	P	F

### 8.3. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń.

Jeśli piąty wyraz ciągu arytmetycznego wynosi 20, a dziesiąty wyraz tego ciągu wynosi 40, to różnica tego ciągu wynosi 4.	P	F
Dziesiąty wyraz ciągu arytmetycznego, którego pierwszy wyraz wynosi 2, a różnica wynosi 3, jest równy 32.	P	F

### 8.4. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń.

W ciągu geometrycznym o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie równym $-2$ , czwarty wyraz tego ciągu jest równy $-8$ .	P	F
Suma pierwszych trzech wyrazów ciągu arytmetycznego, w którym pierwszy wyraz wynosi 4, a różnica jest równa 3, jest równa 18.	P	F

### 8.5. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń.

## 10. Planimetria

**10.1.** Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dotyczących geometrii trójkąta.

W trójkącie równoramiennym kąty przy podstawie są równe.	P	F
W trójkącie prostokątnym suma miar kątów ostrych wynosi 90 stopni.	P	F

**10.2.** Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dotyczących geometrii trójkąta.

W trójkącie o bokach długości 5, 12, 13 kąt naprzeciw najdłuższego boku jest prosty.	P	F
W dowolnym trójkącie suma długości dwóch najkrótszych boków jest większa od długości najdłuższego boku.	P	F

**10.3.** Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dotyczących geometrii trójkąta.

W trójkącie, gdzie długości boków tworzą ciąg arytmetyczny, a najkrótszy bok ma długość 10, trójkąt ten nie może być prostokątny.	P	F
W trójkącie o kątach $45^\circ$ , $45^\circ$ , $90^\circ$ , boki leżące naprzeciwko kątów $45^\circ$ mają równą długość.	P	F

**10.4.** Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dotyczących geometrii trójkąta.

W trójkącie, gdzie długości boków wynoszą 7, 24, 25, trójkąt ten jest prostokątny.	P	F
W trójkącie równobocznym wysokość i środkowa do tego samego boku są równe.	P	F

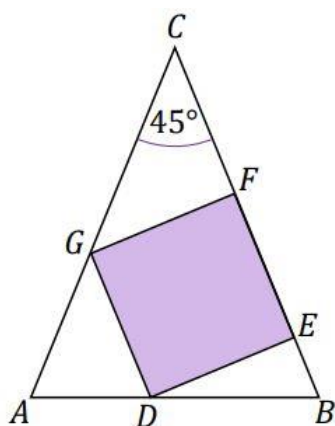
**10.5.** Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dotyczących trójkąta prostokątnego.

W trójkącie prostokątnym suma miar kątów ostrych wynosi $90^\circ$ .	P	F
--	---	---

W trójkącie prostokątnym, jeżeli przeciwprostokątna ma długość 10 cm, a jedna z przyprostokątnych ma długość 6 cm, to druga przyprostokątna ma długość 8 cm.	<b>P</b>	<b>F</b>
--	----------	----------

**10.13.** [CKE 2022 Zbiór zadań]

Dane są trójkąt równoramienny  $ABC$ , w którym  $|AC|=|BC|$  i  $\angle ACB=45^\circ$ , oraz kwadrat  $DEFG$  o polu równym 1. Wierzchołki  $E$  i  $F$  kwadratu leżą na ramieniu  $BC$  danego trójkąta, wierzchołek  $G$  leży na ramieniu  $AC$ , a wierzchołek  $D$  leży na podstawie  $AB$  trójkąta (zobacz rysunek).



Oceń prawdziwość poniższych relacji. Wybierz P, jeśli relacja jest prawdziwa, albo F - jeśli jest fałszywa.

$ \angle AGD  = 45^\circ$	<b>P</b>	<b>F</b>
$ AG  -  BE  = 2 - \sqrt{2}$	<b>P</b>	<b>F</b>

**10.14.** [CKE 2023 czerwiec]

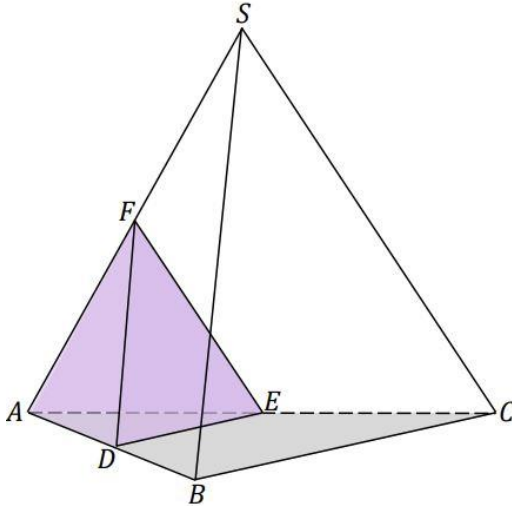
W trapezie  $ABCD$  o podstawach  $AB$  i  $CD$  przekątne przecinają się w punkcie  $E$  (zobacz rysunek).



Objętość sześcianu jest większa od 4.	<b>P</b>	<b>F</b>
---------------------------------------	----------	----------

**12.26.** [CKE 2022 Zbiór zadań]

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym  $ABCS$  zaznaczono środki krawędzi  $AB$ ,  $AC$  i  $AS$  odpowiednio punktami  $D$ ,  $E$ ,  $F$  (zobacz rysunek).



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz  $P$ , jeśli stwierdzenie jest prawdziwe albo  $F$  - jeśli jest fałszywe.

Pole powierzchni ostrosłupa $ADEF$ jest dwukrotnie mniejsze od pola powierzchni ostrosłupa $ABCS$ .	<b>P</b>	<b>F</b>
Objętość ostrosłupa $ADEF$ jest ośmiokrotnie mniejsza od objętości ostrosłupa $ABCS$ .	<b>P</b>	<b>F</b>

# ODPOWIEDZI I ROZWIĄZANIA ZADAŃ

## 1. Liczby rzeczywiste

**1.1.** Rozważmy wyrażenie, w którym należy usunąć niewymierność z mianownika:  $\frac{3}{\sqrt{5}-2}$ .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dotyczących tego zadania:

Po usunięciu niewymierności, licznik wyrażenia będzie równy $3\sqrt{5} + 6$ .	P	F
Mianownik nowego wyrażenia będzie równy 3.	P	F

### Wyjaśnienia

Stwierdzenie	Odpowiedź	Wyjaśnienie
Po usunięciu niewymierności, licznik wyrażenia będzie równy $3\sqrt{5} + 6$ .	P	Aby usunąć niewymierność z mianownika, mnożymy licznik i mianownik przez wyrażenie $\sqrt{5} + 2$ . W wyniku otrzymujemy $\frac{3(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{3\sqrt{5}+6}{5-4}$ , co potwierdza, że licznik nowego wyrażenia będzie równy $3\sqrt{5} + 6$ .
Mianownik nowego wyrażenia będzie równy 3.	F	Po pomnożeniu przez $\sqrt{5} + 2$ , mianownik staje się $(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)$ , co jest różnicą kwadratów i równa się $5 - 4 = 1$ , a nie 3. Zatem mianownik nowego wyrażenia będzie równy 1, co sprawia, że stwierdzenie jest fałszywe.

**1.2.** Rozważmy wyrażenie, w którym należy usunąć niewymierność z mianownika:  $\frac{4}{2-\sqrt{3}}$ .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dotyczących tego zadania: